

## UM ESTUDO SOBRE COMPLEXIDADE EM PROGRAMAÇÃO LINEAR: ALGORITMO SIMPLEX

Maurício Pereira de Oliveira (Acadêmico); Prof. Dr. Marco Antonio Figueiredo Menezes  
(Orientador). Departamento de Computação. Universidade Católica de Goiás  
Contato: marco@ucg.br

Algoritmos são a base da computação. Eles consistem em um conjunto de regras claras, onde dada uma entrada, uma sequência de operações é executada culminando com uma saída correspondente. Um algoritmo resolve um problema quando para qualquer entrada, a saída correspondente está correta. Mas o fato de um algoritmo resolver um dado problema não significa que ele seja viável na prática, pois recursos como espaço e tempo são requeridos. A complexidade de um algoritmo representa o esforço computacional para executá-lo. Considere o problema de Programação Linear (PL) no formato padrão definido por:

$$\begin{aligned} &\text{minimizar } c^T x \\ &\text{sujeito a: } Ax = b \\ &\quad x \geq 0, \end{aligned}$$

onde  $A$ ,  $m \times n$ ,  $n > m > 0$ , é uma matriz numérica com coeficientes reais e,  $b \in \mathbb{R}^m$  e  $c \in \mathbb{R}^n$  são vetores de números reais. O método simplex, de Dantzig, é um algoritmo usado para resolver problemas de Programação Linear. A idéia básica deste método consiste em caminhar pela fronteira de um poliedro, que é o conjunto viável do PPL (problema de Programação Linear) correspondente, indo de um vértice a outro adjacente com valor da função objetivo ( $c^T x$ ) melhor. Definimos o problema de Klee e Minty por:

$$\begin{aligned} &\text{minimizar } -x_d \\ &\text{sujeito a: } x_1 - r_1 = \varepsilon \\ &\quad x_1 + s_1 = 1 \\ &\quad x_j - \varepsilon x_{j-1} - r_j = 0 \\ &\quad x_j + \varepsilon x_{j-1} + s_j = 1 \quad j=2,3,\dots,d \\ &\quad x_j, r_j, s_j \geq 0 \quad j=1,2,\dots,d. \end{aligned}$$

No presente trabalho estudamos a complexidade de tempo do método simplex para o problema de Programação Linear (PL) e demonstramos, segundo Klee e Minty, que o algoritmo simplex para uma certa condição de entrada e saída de base, resolve o problema de PL, no pior caso, em tempo exponencial. Esta demonstração baseia-se no problema de Klee e Minty e utilizamos três lemas e um teorema conforme Papadimitriou e Steiglitz. Para o problema de Klee e Minty, com  $2d$  equações e  $3d$  variáveis, podem ser requeridas até  $2^d - 1$  iterações para o simplex encontrar a solução ótima.

Palavras-chave: 1) Simplex; 2) Complexidade; 3) Programação Linear.

Apoio: Voluntário.